658.562:53.086-53.089.68-53.072:681.3

Калибровка средств измерений с помощью эталонов меньшей точности

Р. М. ЗАЙДЕЛЬ, Б. Н. КВАСКОВ

Показано, что на основе обобщенного метода наименьших квадратов, в котором погрешности абсциссы и ординаты сравнимы, можно проводить калибровку средств измерений, используя эталоны (стандартные образцы) более низкого, чем обычно, класса точности.

It is demonstrated that one can perform calibration of measuring instruments against the standards certified reference materials of lower precision class than usually on the basis of the generalized least squares method in which the errors of abscissa and ordinate are comparable.

Проблема обеспечения метрологических центров эталонами (стандартными образцами) предписанного класса точности является актуальной. Как отмечается в [1], «в настоящее время при ограниченных объемах финансирования НИОКР по созданию эталонов и одновременном «старении» парка эксплуатируемых эталонов необходим поиск нетрадиционных подходов к поверке». Подобная проблема возникает и для других процедур аттестации средств измерений (СИ).

Для проведения калибровки СИ в соответствующем интервале измеряемой величины необходим набор из нескольких эталонов одного класса точности, что в настоящее время также не всегда возможно. Ниже показано, что можно обойти эту трудность, существенно ослабив требования к точности эталонов, но применив для обработки результатов измерений разработанный одним из авторов обобщенный метод наименьших квадратов (ОМНК), в котором допускается, что погрешность эталона может быть сравнима с погрешностью считывания измерительного устройства (датчика).

Теория ОМНК является развитием широко применяемого на практике стандартного метода наименьших квадратов (СМНК) в направлении корректного учета погрешностей по обеим переменным – зависимой и независимой, а также их возможной взаимной корреляции. Основы ОМНК для случая линейной регрессии изложены в [2].

Метод, описанный в [2], в дальнейшем был применен к широкому классу нелинейных шкал, представленных функциональными двухпараметрическими зависимостями, допускающими с помощью специальных преобразований приведение к случаю линейной регрессии. Необходимо отметить, что для некоторых видов зависимостей проведение расчетов было бы невозможно без впервые разработанного для данной работы алгоритма оценки параметров линейной регрессии, когда погрешности по обеим осям взаимно коррелированы. Следует также подчеркнуть, что оценки метода наименьших квадратов вытекают из принципа наибольшего правдоподобия в том случае, когда погрешности измеряемых величин x_i, y_i подчиняются нормальному закону. Из этого можно заключить, что получаемые оценки ОМНК будут состоятельными и асимптотически эффективными.

Простейшей, но, тем не менее, часто используемой зависимостью при калибровке СИ является линейная регрессия вида

$$y = a + b\,x, \tag{1}$$

где неизвестные параметры a, b должны быть определены по набору экспериментальных точек $(x_i,\ y_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$; n — общее число наблюдений. Из-за неизбежных погрешностей СИ абсциссу x_i и ординату y_i определяют с некоторой погрешностью, характеризуемой дисперсиями $S^2_{x_i}$ и $S^2_{y_i}$, соответственно. В ряде случаев эти погрешности взаимно коррелированы, что характеризуется коэффициентом корреляции ρ_i.

С помощью алгоритмов ОМНК получают следующие результаты:

точечные оценки параметров a, b;

стандартные отклонения S_a, S_b этих оценок;

коэффициент корреляции ρ_{ab} для погрешностей этих оценок.

Параметр b определяют итерационным методом Ньютона-Рафсона. При определении начальной итерации b_0 используют следующий прием: вычисляют средневзвешенное значение коэффициентов наклона прямых регрессии, получаемых по СМНК для двух предельных случаев — $S_{x_i} = 0$ и $S_{y_i} = 0$.

Параметр a вычисляют по формуле

$$a = Y_0 - bX_0,$$

где Y_0 и X_0 — средневзвешенные наблюдаемых значений ординат и абсцисс.

Формулы для S_a, S_b и ρ_{ab} приведены в [2].

Калибровку СИ при использовании идеальных эталонов успешно проводили с помощью математического аппарата стандартного МНК, в то время как калибровка СИ с помощью рабочих эталонов меньшего класса точности может быть проведена только при использовании математического аппарата обобщенного МНК.

Как известно, оценочная линия регрессии получается при сглаживании экспериментальных точек при калибровке (градуировке) средств измерений. Целью калибровки является получение расчетных формул для определения результата рабочего измерения $y(x)$ и его стандартного отклонения $S_{y(x)}$ как функции от показаний x измерительного устройства. При использовании ОМНК впервые удалось учесть как погрешность считывания показаний измерительного устройства, обусловленную, например, ценой деления шкалы, так и статистическую погрешность параметров линейной регрессии, обусловленную конечным числом реперных точек и погрешностью их координат.

Согласно действующим в настоящее время правилам калибровки СИ считается обязательным, чтобы дисперсия эталона не превышала 0,1 дисперсии регистрирующего устройства (датчика). Это требование является следствием того, что обработку результатов измерений проводят с помощью СМНК, когда погрешности по оси абсцисс, по которой откладывают характеристики эталонов, считают пренебрежимо малыми. Предлагаемая методика свободна от таких ограничений.

Известно, что стоимость эталонов (стандартных образцов) существенно возрастает с повышением их класса точности. Поэтому представляет практический интерес изучение возможности проведения калибровки СИ с эталонами меньшей точности. Такая возможность будет особенно ценной при отсутствии эталонов необходимой (по действующим правилам) точности.

Для практического применения ОМНК при калибровке была разработана его программная реализация на основе пакета MathCad PLUS 6.0. Отметим, что используемый программный пакет помимо сложных расчетов, требующих проведения итерационных процедур, позволяет выводить на экран монитора графическое представление получаемых зависимостей.

На ПЭВМ была проведена серия расчетов, в которых для частного случая линейной регрессии с помощью встроенных в Программу датчиков случайных чисел процесс калибровки моделировался при разных соотношениях точности эталонов и погрешности считывания. На основании этих расчетов было выяснено, что упомянутый выше критерий 0,1 может быть ослаблен без потери точности при использовании результатов калибровки по ОМНК.

Для подтверждения этих выводов были проведены два лабораторных эксперимента:

калибровка измерителя массы посредством сравнения показаний шкалы с известными значениями масс эталонных гирь второго и пятого классов точности;

калибровка цифрового омметра с использованием магазинов сопротивлений классов точности 0,005 и 0,05.

При калибровке измерителя массы (весов) исходные данные для эталонов 2-го класса точности представлены в виде матрицы

$$\mathbf{M}_0 = \begin{pmatrix} 200{,}0010 & 200 & 0{,}0289 \\ 99{,}99987 & 100 & 0{,}0289 \\ 49{,}99987 & 50 & 0{,}0289 \\ 20{,}0004 & 20 & 0{,}0289 \end{pmatrix}.$$

В эксперименте вначале были использованы четыре эталонные массы 2-го класса точности, их значения приведены в первом столбце матрицы, по ним сняты показания измерительного прибора, приведенные во втором столбце матрицы, а в третьем столбце даны значения средней квадратической погрешности измерителя при каждом измерении. При этом погрешность измерителя представлена в абсолютной форме и найдена из условия равномерного по всей шкале распределения в пределах цены деления, равной 0,1 г. Как видно из приведенных значений, в первом столбце матрицы погрешностями эталонов данного класса точности можно пренебречь.

Затем калибровка была проведена с использованием рабочих эталонов 5-го класса точности. Для этого случая исходные данные представлены матрицей с четырьмя столбцами

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 200 & 0{,}0289 & 200 & 0{,}0289 \\ 100 & 0{,}00289 & 100 & 0{,}0289 \\ 50 & 0{,}00173 & 50 & 0{,}0289 \\ 20 & 0{,}00144 & 20 & 0{,}0289 \end{pmatrix}.$$

В первом столбце матрицы приведены значения масс рабочих эталонов, во втором — их средние квадратические погрешности согласно паспортным данным, в третьем — соответствующие показания весов, а в четвертом — значения средней квадратической погрешности весов, такие же, как в третьем столбце предыдущей матрицы. Из последней матрицы видно, что в основной части шкалы погрешности эталонов и весов сравнимы.

Программа дает возможность для обоих случаев по результатам калибровки вычислять среднюю квадратическую погрешность (стандартное отклонение) рабочего измерения для любой точки шкалы.

В качестве примера приводим стандартные отклонения при измерении массы 450 г на конце шкалы:

в первом случае $S_0(450) = 0{,}082$ г;

во втором случае $S_1(450) = 0{,}103$ г.

Таким образом, подтверждено, что использование при калибровке эталонов существенно меньшей точности, сравнимой с погрешностью СИ, дает практически такую же точность рабочего измерения, как и при использовании эталонов высокого класса точности.

Второй эксперимент относится к области электрических измерений. Для случая неравноточных измерений ниже приведены результаты калибровки цифрового омметра в диапазоне 1—10 кОм. В качестве эталонов высокой точности был использован прибор Р3026/2 ММЭС (многозначная мера эталонных сопротивлений) класса точности 0,005.

Матрица исходных данных калибровки при использовании эталонов высокой точности получилась следующей:

$$\mathbf{M}_0 = \begin{pmatrix} 999{,}975 & 999{,}5 & 0{,}289 \\ 4999{,}95 & 4999 & 2{,}89 \\ 9999{,}95 & 9998 & 2{,}89 \end{pmatrix}.$$

При использовании магазина сопротивлений меньшей точности МСЗ — 63, класс точности 0,05, матрица исходных данных будет такой:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1000 & 0{,}5014 & 999{,}5 & 0{,}289 \\ 5000 & 2{,}5014 & 4999 & 2{,}89 \\ 10000 & 5{,}0014 & 9998 & 2{,}89 \end{pmatrix}.$$

Программа дала следующие значения для стандартных отклонений при измерении сопротивления 5000 Ом:

в первом случае S_0 (8000) = 3,12 Ом;

во втором случае S_1 (8000) = 3,60 Ом.

Этот пример показывает, что, несмотря на некоторое увеличение стандартного отклонения (примерно 15 %) при использовании калибровочной характеристики, построенной на базе более грубых эталонов, учет стоимостного критерия процедуры калибровки позволяет прийти к заключению, что выбор должен быть сделан в пользу второго случая.

Общий результат этих исследований можно сформулировать следующим образом: применение предлагаемой Программы, реализующей обобщенный МНК, дает возможность проводить калибровку СИ приборов, используя эталоны (стандартные образцы), погрешность которых сравнима с погрешностью считывающего устройства (датчика). По нашему мнению, использование данной методики, реализованной в виде Программы для ПЭВМ на основе пакета MathCad, позволит проводить работу по метрологическому обеспечению калибровок СИ с меньшими затратами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ермишин С.М.** // Измерительная техника. — 2000. — № 2. — С.11.

2. **Зайдель Р.М.** // Атомная энергия. — 1994. — Т. 77. — № 6. — С. 463.

Дата одобрения 11.09.2001 г.