

734

1

44-54

М.И.Кофман

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИНДУКТИВНЫХ ДЕЛИТЕЛЕЙ

Индуктивные делители (ИД) благодаря высоким метрологическим и эксплуатационным характеристикам находят широкое применение в метрологии и измерительной технике [1]. ИД являются масштабными измерительными преобразователями, осуществляющими воспроизведение отношения напряжений (токов). В зависимости от преобразуемой физической величины (напряжение, ток) ИД принято подразделять на индуктивные делители напряжения (ИДН) и индуктивные делители тока (ИДТ). Характерной особенностью ИД является наличие тесной индуктивной связи между обмотками, при этом отношение напряжений (токов) определяется отношением витков соответствующих обмоток или их частей.

Одной из главных задач теоретического исследования ИД является определение комплексного коэффициента преобразования (деления) и его отличия от номинального значения, т.е. нахождение погрешностей. В настоящее время с этой целью применяется ряд методов теории электрических цепей [2-4], что свидетельствует об отсутствии достаточно общего подхода к решению подобных задач. Последнее обстоятельство препятствует оперативному использованию отечественного и зарубежного опыта в области создания ИДН и ИДТ.

Ориентирами при выборе методики исследования ИД могут служить следующие факторы: уровень обобщения; удобство представления известных результатов; эффективность при решении задач анализа и синтеза; учет общей тенденции максимальной формализации и оптимизации методов анализа

Труды ВНИИЭП "Метрологическое обеспечение средств электроизмерительной техники", 1980

проектирования.

Среди известных методов анализа электрических цепей при исследовании ИД наибольшее распространение получили методы контурных токов, узловых напряжений [2], преобразований [3].

Как известно, методы контурных токов и узловых напряжений применимы для анализа сколь угодно сложной электрической цепи, но сопряжены с громоздкими преобразованиями и расчетами.

Метод преобразования, частным случаем которого является известное преобразование Кемпбелла, исключаяющее из цепи взаимную индуктивность в явной форме, связан с составлением сложных схем замещения и использованием коэффициентов, которые точно могут быть определены только после проведения расчета [3], что, безусловно, снижает ценность этого метода.

В последнее время широкое распространение для анализа электрических цепей получили топологические методы, в частности, метод сигнальных графов [4]. Применение этого метода целесообразно в случае, когда существует возможность исключения промежуточной операции составления уравнений (сигнальный граф представляет собой геометрическую запись системы уравнений). При анализе преобразователей СТИС для использования этого метода необходимо предварительно построить схему замещения, что не всегда легко удается сделать. Кроме того, для сравнительно сложных схем ИД применение метода сигнальных графов связано с необходимостью топологического анализа графа (выделение контуров и сквозных путей, установление соприкасающихся путей и контуров), что снижает эффективность метода.

К числу продуктивных методов, успешно применяемых в электротехнике и электронике, следует отнести метод подсхем [4]. Существенным достоинством метода подсхем является то, что решение различных задач этим методом позволяет использовать при расчетах значения параметров простейших подсхем, вычисленные заранее. Преимущества метода

МОНТИРОВАНИЕ № 24

подсхем проявляются в полной мере, когда цепь состоит из типовых подсхем - блоков, которые часто повторяются, так как результаты проведенного один раз расчета типового блока, записанные, например, в виде матриц соответствующих параметров, можно применять в каждом случае использования этого блока независимо от того, в какую схему он входит и с какими элементами работает.

В соответствии с вышеизложенным в статье приводится исследование возможности применения для анализа и расчета ИД метода подсхем с использованием аппарата матричной алгебры.

Для упрощения анализа индуктивных делителей представляется целесообразным осуществить общий подход к теоретическому исследованию двух их видов - ИДН и ИДТ, рассматривая их как одно устройство, которое в зависимости от направления передачи энергии и режима работы может выполнять функции измерительного преобразователя как напряжения, так и тока.

В однодекадном ИДН автотрансформаторного типа, предназначенном для использования в диапазоне низких частот, электрические и магнитные величины связаны следующими зависимостями (несинусоидальные величины заменяются, как это принято, эквивалентными синусоидами) [5]:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 k_3 &= \dot{I}_0; \\ \dot{U}_1 &= \dot{I}_0 Z_0 + \dot{I}_1 (Z_s + Z_\alpha) - \dot{I}_2 Z_\alpha; \\ \dot{U}_2 &= \dot{I}_0 Z_0 k_3 + (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) Z_\alpha, \end{aligned} \quad (I)$$

где  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$ ,  $\dot{I}_0$  - входной, выходной и намагничивающий токи;

$\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  - входное и выходное напряжения;

$Z_0$  - сопротивление намагничивающего контура;

$k_3 = m/n$  - номинальный коэффициент деления напряжения ( $n$ ,  $m$  - число секций соответственно с входной и выходной сторон ИДН);

$Z_\alpha = \sum_{i=1}^{i=m} Z_i$ ,  $Z_s = \sum_{i=m+1}^{i=n} Z_i$  - комплексные сопротивления рассеяния

( $Z_i$  - комплексное сопротивление рассеяния  $i$ -й секции).

С целью построения схемы замещения ИДН автотрансформаторного типа преобразуем уравнения системы (I) к виду:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_0 (Z_0 + Z_\alpha \frac{1}{k_3}) + \dot{I}_1 [Z_s - Z_\alpha (\frac{1}{k_3} - 1)],$$

$$\frac{\dot{U}_2}{k_3} = \dot{I}_0 (Z_0 + Z_\alpha \frac{1}{k_3}) - \dot{I}_2 k_3 Z_\alpha \frac{1}{k_3} (\frac{1}{k_3} - 1).$$

Заменив реальный ИДН эквивалентным, содержащим приведенный I-й (с коэффициентом деления I) и реальный II-й (с коэффициентом деления  $k_3$ ) автотрансформаторы (рис. I, а), можно записать матрицу каскадно соединенных четырехполюсников:

$$\|A^{(v)}\| = \|A_I^{(v)}\| \|A_{II}^{(v)}\| = \begin{vmatrix} A_{11}^{(v)} & A_{12}^{(v)} \\ A_{21}^{(v)} & A_{22}^{(v)} \end{vmatrix},$$

где  $\|A_I^{(v)}\| = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_s}{Z_\alpha} & Z_s + Z_\alpha + \frac{Z_s Z_c}{Z_\alpha} \\ \frac{1}{Z_\alpha} & 1 + \frac{Z_c}{Z_\alpha} \end{vmatrix}$  - матрица параметров приведенного автотрансформатора;

$\|A_{II}^{(v)}\| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k_3 \end{vmatrix}$  - матрица параметров идеального автотрансформатора.

На основании полученных элементов матрицы  $\|A^{(v)}\|$  могут быть определены комплексный коэффициент деления  $k_v$  и относительная комплексная погрешность коэффициента деления ИДН  $\lambda_v$ :

$$k_v = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \frac{Z_n}{A_{11}^{(v)} Z_n + A_{12}^{(v)}} = k_3 \left[ 1 - \frac{Z_s k_3 - Z_\alpha (1 - k_3) \quad Z_s k_3^2 + Z_\alpha (1 - k_3)^2}{Z_0 k_3 \quad Z_n} \right], \quad (2)$$

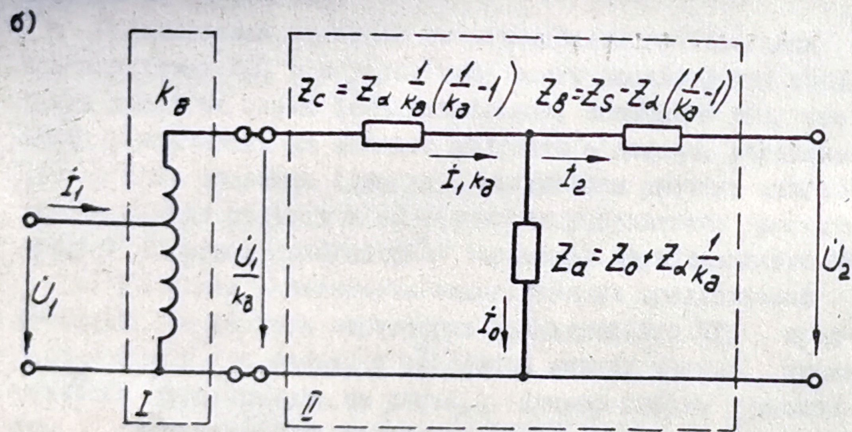
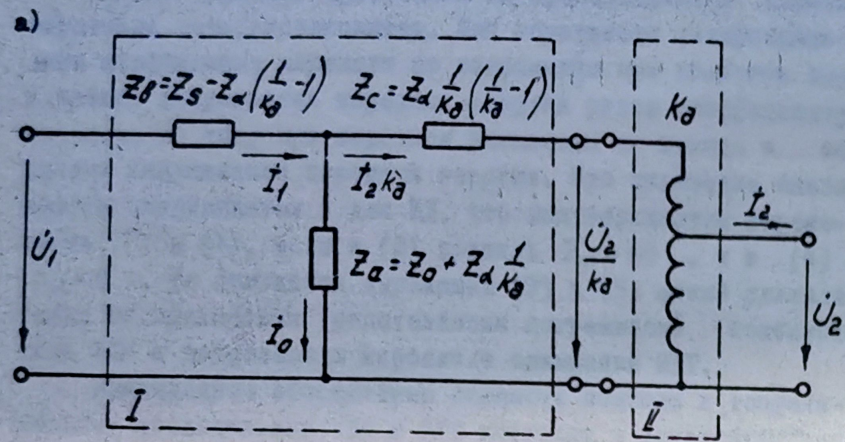


Рис. 1. Схемы замещения однодекадных индуктивных делителей:  
а - напряжения; б - тока

$$\dot{\lambda}_U = \frac{k_2 - k_U}{k_2} = \frac{Z_S k_2 - Z_\alpha (1 - k_2)}{Z_0 k_2} + \frac{Z_S k_2^2 + Z_\alpha (1 - k_2)^2}{Z_N}, \quad (3)$$

где  $Z_N$  - комплексное сопротивление нагрузки.

Аналогично, заменив реальный ИДТ автотрансформаторного типа эквивалентным, содержащим идеальный I-И (с коэффициентом деления  $k_2 = \frac{m}{n}$ ) и приведенный П-И (с коэффициентом деления I) автотрансформаторы (рис. 1, б), можно записать

$$\|A^{(1)}\| = \|A_I^{(1)}\| \|A_{II}^{(1)}\| = \begin{vmatrix} A_{11}^{(1)} & A_{12}^{(1)} \\ A_{21}^{(1)} & A_{22}^{(1)} \end{vmatrix},$$

где  $\|A_I^{(1)}\| = \begin{vmatrix} k_2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{k_2} \end{vmatrix}$  - матрица параметров идеального автотрансформатора,

$\|A_{II}^{(1)}\| = \begin{vmatrix} 1 + \frac{Z_C}{Z_\alpha} & Z_B + Z_C + \frac{Z_B Z_C}{Z_\alpha} \\ \frac{1}{Z_\alpha} & 1 + \frac{Z_B}{Z_\alpha} \end{vmatrix}$  - матрица параметров приведенного автотрансформатора.

Сравнивая элементы матриц  $\|A^{(U)}\|$  и  $\|A^{(I)}\|$ , нетрудно заметить, что  $A_{11}^{(U)} = A_{22}^{(I)}$ ;  $A_{22}^{(U)} = A_{11}^{(I)}$ ;  $A_{12}^{(U)} = A_{12}^{(I)}$ ;  $A_{21}^{(U)} = A_{21}^{(I)}$ .

Используя элементы матрицы  $\|A^{(I)}\|$ , можно определить комплексный коэффициент деления  $k_I$  и относительную комплексную погрешность коэффициента деления  $\dot{\lambda}_I$  ИДТ:

$$k_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{A_{21}^{(I)} Z_N + A_{22}^{(I)}} = k_2 \left[ 1 - \frac{Z_S k_2 - Z_\alpha (1 - k_2)}{Z_0 k_2} - \frac{Z_N}{Z_0} \right]; \quad (4)$$

$$\dot{\lambda}_I = \frac{k_2 - k_I}{k_2} = \frac{Z_S k_2 - Z_\alpha (1 - k_2)}{Z_0 k_2} + \frac{Z_N}{Z_0}, \quad (5)$$

где  $Z_N$  - комплексное сопротивление нагрузки ИДТ.

Аналогичный подход реализуется и для ИД трансформаторного типа [6].

Таким образом, простейшие ИД представляются схемами обратимых четырехполюсников. Для обратимого четырехполюсника коэффициент передачи по напряжению при холостом ходе и прямом направлении передачи энергии равен коэффициенту передачи по току при коротком замыкании на выходе и обратном направлении передачи энергии. Это положение оказывается справедливым и для ИД, что подтверждается выражениями (2) и (4), если в (2) принять  $Z_M = \infty$ , а в (4) —  $Z_M = 0$ . На основании выражений (3) и (5) можно сделать вывод об одинаковом представлении погрешности холостого хода ИДН и погрешности короткого замыкания ИДТ.

Приведенное обоснование общности подхода к теоретическому исследованию ИДН и ИДТ позволит в дальнейшем рассматривать один из этих двух видов ИД, предполагая возможность распространения полученных результатов с учетом отличий на другой вид.

Предлагаемая методика теоретического исследования многодекадных ИД, в которых чаще всего используется соединение декад по схеме Кельвина-Варлея, состоит в том, что схема разбивается на типовые подсхемы — декады, рассчитывается одна подсхема (декада), результаты расчета записываются в виде матрицы и на основании результатов расчета типовой подсхемы определяются параметры многодекадного ИД.

Рассмотрим возможность использования предлагаемой методики для расчета параметров двухдекадного ИД, предназначенного для работы в диапазоне низких частот, схема которого представлена на рис.2, а. Пример выбран намеренно для упрощения иллюстрации рассматриваемого метода.

При анализе цепей в квазилинейном режиме, который применяется для описания ИД, часто представляют интерес не сами токи и напряжения, а, как следует из вышесказанного, их отношения на входе и выходе. В таких случаях цепь принято представлять в виде четырехполюсника, сторонами которого являются вход и выход. В общем случае сторону четырехполюсника может определять любая пара его полюсов.

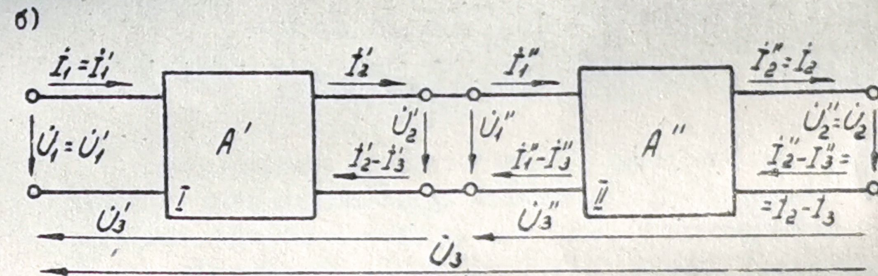
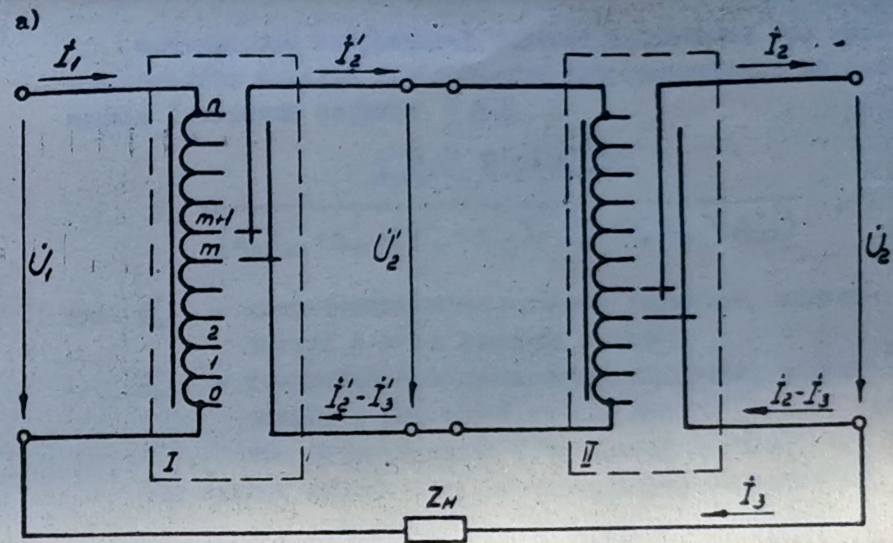


Рис. 2. Двухдекадный индуктивный делитель:  
а) — принципиальная схема; б) — расчетная схема

Типовые подсхемы многодекадных ИД — декады выгодно представлять в виде четырехполюсника с тремя сторонами (рис.2а, б), причем, одна сторона (первая) представляет собой вход декады, вторая сторона — выход для подсоединения последующей декады, третья — выход для питания нагрузки многодекадного ИД, если анализируется режим деления напряжения. При рассмотрении режима деления тока выходы и входы меняются местами.

Представим двухдекадный ИДН в виде каскадного соединения двух подсхем — четырехполюсников I и II (см.рис.2, а, б).

Предварительно произведем анализ одного из четырехполюсников, например, I-го с помощью аппарата матричной алгебры.

Запишем систему уравнений, характеризующих связь электрических и магнитных параметров четырехполюсника I, в матричной форме  $\|A\|$  :

$$\begin{vmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{I}'_1 \\ \dot{U}'_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A'_{11} & A'_{12} & A'_{13} \\ A'_{21} & A'_{22} & A'_{23} \\ A'_{31} & A'_{32} & A'_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}'_2 \\ \dot{I}'_2 \\ \dot{I}'_3 \end{vmatrix} = \|A'\| \begin{vmatrix} \dot{U}'_2 \\ \dot{I}'_2 \\ \dot{I}'_3 \end{vmatrix} ;$$

где  $A'_{11} = \frac{Z'_0 + Z'_3 + Z'_{\alpha 2} + Z'_{\alpha 1}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$

$$A'_{12} = \frac{\frac{1}{n^2} Z'_0 [Z'_3 + Z'_{\alpha 1} + Z'_{\alpha 2} (1-n)^2] + Z'_{\alpha 2} (Z'_3 + Z'_{\alpha 1})}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$A'_{13} = \frac{k'_2 \frac{1}{n} Z'_0 [Z'_3 + Z'_{\alpha 2} (1-n) + Z'_{\alpha 1} (1 - \frac{1}{k'_2})] - Z'_{\alpha 1} Z'_{\alpha 2}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$A'_{21} = \frac{1}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ; A'_{22} = \frac{\frac{1}{n^2} Z'_0 + Z'_{\alpha 2}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ; A'_{23} = \frac{k'_2 \frac{1}{n} Z'_0}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$A'_{31} = \frac{k'_2 Z'_0 + Z'_{\alpha 1}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$A'_{32} = \frac{\frac{1}{n^2} k'_2 Z'_0 [Z'_{\alpha 2} n(n-1) + \frac{1}{k'_2} Z'_{\alpha 1}] + Z'_{\alpha 1} Z'_{\alpha 2}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$A'_{33} = \frac{k'_2 \frac{1}{n} Z'_0 [Z'_{\alpha 1} (1 - \frac{1}{k'_2}) - n k'_2 Z'_{\alpha 2}] - Z'_{\alpha 1} Z'_{\alpha 2}}{Z'_0 \frac{1}{n} + Z'_{\alpha 2}} ;$$

$$(Z'_{\alpha 1} = \sum_{i=1}^{i=m'} Z'_i ; Z'_{\alpha 2} = Z'_{m'+1} ; Z'_3 = \sum_{i=m'+2}^{i=n} Z'_i ; k'_2 = \frac{m'}{n} ) .$$

Комплексный коэффициент деления напряжения при прямой передаче энергии определяется непосредственно по значениям элементов матрицы  $\|A'\|$  :

$$k'_0 = \frac{Z'_{m'} (A'_{31} Z'_{n2} + A'_{32})}{(A'_{11} Z'_{n2} + A'_{12}) (Z'_{n1} - A'_{33}) + A'_{13} (A'_{31} Z'_{n2} + A'_{32})} ,$$

где  $Z'_{m'}$  - комплексное сопротивление нагрузки, подключаемой к  $m'$ -м секциям декады;

$Z'_{n2}$  - комплексное сопротивление нагрузки, подключенной к  $(m'+1)$ -й секции декады (обычно входное сопротивление последующей декады).

Для второй декады получим аналогичные соотношения:

$$\begin{vmatrix} \dot{U}''_1 \\ \dot{I}''_1 \\ \dot{U}''_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A''_{11} & A''_{12} & A''_{13} \\ A''_{21} & A''_{22} & A''_{23} \\ A''_{31} & A''_{32} & A''_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{U}''_2 \\ \dot{I}''_2 \\ \dot{I}''_3 \end{vmatrix} = \|A''\| \begin{vmatrix} \dot{U}''_2 \\ \dot{I}''_2 \\ \dot{I}''_3 \end{vmatrix} .$$

Воспользуемся известной формой уравнения для эквивалентного четырехполюсника, содержащего две каскадно соединенные подсистемы I и II (см. рис. 2, б), с учетом того, что  $\dot{U}'_1 = \dot{U}_1, \dot{U}'_2 = \dot{U}_2, \dot{U}'_3 = \dot{U}_3 + \dot{U}_3'', \dot{I}'_1 = \dot{I}_1, \dot{I}'_2 = \dot{I}_2, \dot{I}'_3 = \dot{I}_3 + \dot{I}_3''$  :

$$\begin{vmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{I}'_1 \\ \dot{U}'_3 \end{vmatrix} = \left( \|A'\| \|A''\| + \|A''_2\| \right) \begin{vmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{vmatrix} = \|A\| \begin{vmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{vmatrix} . \quad (6)$$

Преобразованная матрица  $\|A''_n\|$  получается из матрицы  $\|A''\|$  второго четырехполюсника заменой в ней элементов  $A''_{31}$  и  $A''_{32}$  нулями, а элемента  $A''_{33}$  - единицей. Дополнительная матрица  $\|A''_3\|$  - из матрицы  $\|A''\|$  заменой в ней элементов двух первых строк нулями.

Комплексный коэффициент деления напряжения двухдекадного ИД при прямой передаче энергии с учетом того, что последующая декада отсутствует, т.е.  $Z''_{n2} = \infty$ , определим непосредственно по значениям элементов матрицы  $\|A\|$ :

$$k_u = \frac{Z_n A_{31}}{A_{11}(Z_n - A_{33}) + A_{13} A_{31}}$$

Последнее выражение позволяет определить относительную комплексную погрешность коэффициента деления двухдекадного ИД. Так, например, составляющую относительной комплексной погрешности коэффициента деления на холостом ходу ( $Z_n = \infty$ ) можно рассчитать по формуле

$$\dot{\lambda}_{ухх} = \frac{k_2 - k_{ухх}}{k_2} = \frac{A_{11} k_2 - A_{31}}{A_{11} k_2}$$

Подставляя в последнюю формулу значения элементов  $A_{11}$ ,  $A_{31}$ , определенные по выражению (6) с учетом того, что  $k_2 = k'_2 + \frac{1}{n} k''_2$  ( $k''_2 = \frac{m''}{n}$  - номинальный коэффициент деления второй декады), и пренебрегая величинами высших порядков малости, получим:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{ухх} = & \frac{1}{k'_2 + \frac{1}{n} k''_2} \left\{ k'_2 \left[ \frac{k'_2(Z'_s + Z'_{\alpha 2}) - Z'_{\alpha 1}(1 - k'_2)}{k'_2 Z'_0} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{k'_2(Z'_s + Z'_{\alpha 2} - n Z'_{\alpha 2}) - Z'_{\alpha 1}(1 - k'_2)}{n^2 k'_2 Z'_0} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{n} k''_2 \left[ \frac{k''_2(Z''_s + Z''_{\alpha 2}) - Z''_{\alpha 1}(1 - k''_2)}{k''_2 Z''_0} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\frac{1}{n}(Z'_s + Z'_{\alpha 1}) - Z'_{\alpha 2}(1 - \frac{1}{n})}{\frac{1}{n} Z'_0} + \frac{\frac{1}{n^2}(Z'_s + Z'_{\alpha 1}) + Z'_{\alpha 2}(\frac{1}{n} - 1)^2}{Z''_0} \right] \right\} \end{aligned}$$

Данное выражение позволяет произвести полный анализ составляющих погрешности холостого хода двухдекадного ИД, обусловленных как неидеальностью декад, так и их взаимным влиянием.

Аналогично с помощью предложенной методики могут быть получены выражения комплексных коэффициентов деления и комплексных погрешностей многодекадных ИД и ИДТ.

Применение предложенной методики, по-видимому, позволит ускорить процесс разработки достаточно обоснованных способов расчета результирующих характеристик многозвенных (многодекадных) ИД.

Разбиение расчета сложной схемы ИД на последовательный расчет типовых подсхем позволяет существенно расширить возможности проектирования многозвенных ИД на инженерных ЭЦВМ при помощи сравнительно простых программ и одновременно значительно увеличить допустимую сложность отдельных звеньев.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Векслер М.С., Кофман М.И. Современное состояние и перспективы создания индуктивных делителей для метрологического обеспечения комбинированных электроизмерительных приборов. - В кн.: Вопросы улучшения технических параметров универсальных электроизмерительных приборов. Тезисы докладов Всесоюз. конф. Житомир, 1979.
2. Байков Б.М. Методика расчета погрешностей трансформаторных делителей напряжения от токов утечки между секциями. /Труды метрологических институтов СССР, вып. 138 (198). М.: Изд-во стандартов, 1972.
3. Лобханидзе Н.Г., Тавдгиридзе Л.Н. Схема замещения и расчет электрической цепи с сильной индуктивной связью. - Измерительная техника, 1969, № 9.
4. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. - М.: Советское радио, 1976.
5. Полищук Е.С., Кофман М.И. Погрешности индуктивных делителей напряжения и тока. - Известия вузов СССР. Приборостроение, 1974, т. ХУП, № 8.
6. Полищук Е.С., Кофман М.И., Ясницкий С.И. Расчет измерительных трансформаторов. - Измерительная техника, 1975, № 2.